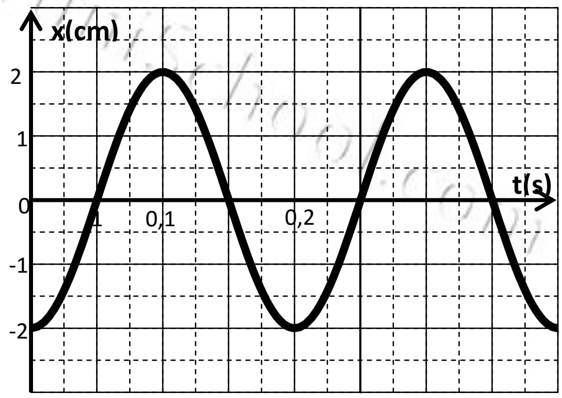
OSCILLATIONS MECANIQUES LIBRES NON AMORTIES

Exercice 1

Énoncé :

Au cours d'une séance de travaux pratiques, un groupe d'élèves étudie le mouvement d'un mobile de masse m, posé sur un banc à coussin d'air horizontal et attaché à un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K. Un dispositif d'acquisition permet d'enregistrer la position du centre d'inertie G du mobile à chaque instant de date t. Cette position est repérée sur un axe x'x horizontal, orienté de gauche vers la droite. L'origine O de l'axe coïncide avec la position du centre d'inertie lorsque le mobile est à l'équilibre.



1- le mobile est-il écarté de sa position d'équilibre vers la droite ou vers la gauche ? Justifier la réponse.

2- Le mobile est-il lâché sans ou avec vitesse initiale ? Justifier la réponse.

Déterminer l'expression de l'élongation de mouvement du mobile en fonction du temps. Déduire différentielle régissant les variations de x(t).

Corrigé :

1- D'après le graphe, à t=0 s x(0) = - X_{max} donc le solide est écarté initialement dans le sens négatif ; il est écarté initialement vers la gauche.

2- D'après le graphe, à t=0 s x(0) = - X_{max} or $v = \frac{dx}{dt}$ donc v(t=0)=0 d'où le solide est laché initialement sans vitesse initiale.

3- $x(t)=X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi_x)$; d'après le graphe : X_{max}=2 cm.

La période T=0,2 s ; $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \text{ rad.s}^{-1}$.

à t=0 x(0)= -X_{max} → $X_{max}\sin(\varphi_x)$= -X_{max} → $\sin(\varphi_x)$= -1 → $\varphi_x = \frac{-\pi}{2}$ $x(t)=2.10^{-2}\sin(10\pi t - \frac{\pi}{2})$.

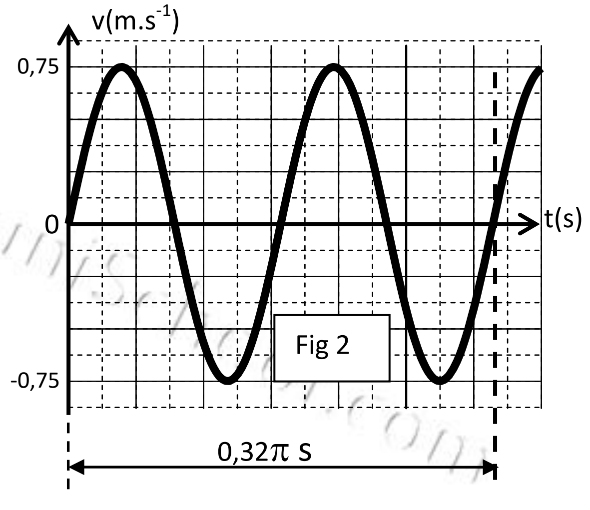
$$\frac{dx}{dt} = \omega_0 X_{max}\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 X_{max}\sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) = -100\pi^2 x(t).$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 100\pi^2 x = 0 \text{ Equation différentielle dumouvement.}$$

Exercice 2

Énoncé :



Le dispositif expérimental décrit dans les figure -1-, correspond à un pendule élastique horizontal, constitué d'un solide de masse m et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de constante de raideur K, permettant l'étude d'oscillations mécaniques libres non amorties (les frottements sont considérés niégligeables).

A un instant t au cours du mouvement, la position du centre d'inertie G du solide (S) est repéré par x son abscisse par rapport au repère $(O, \vec{i})$ dont l'origine O correspond à la position de G lorsque (S) est au repos . L'amplitude des oscillations est x_{max}.

La figure -2- correspond au graphe v(t) enregistré à l'aide d'un dispositif approprié au cours de mouvement du solide (S).

1- Préciser l'origine de date choisie lors de l'étude de ce mouvement.

2- Déterminer graphiquement v(t). En déduire x(t).

3- La figure -3- correspond au graphe de variation de l'énergi cinétique du solide (S) au cours du temps : $E_c(t)$. en utilisant ce graphe, déterminer :

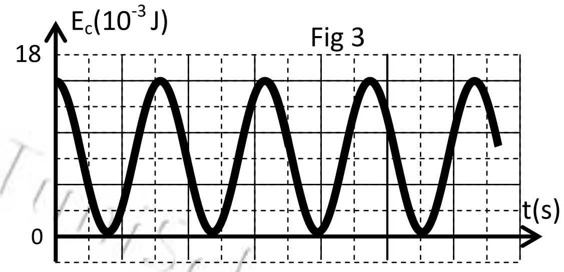
a- La masse m du solide et la raideur K du ressort.

b- Sur l'intervalle de temps $[0;T_0]$, les dates pour lesquelles l'énergie totale apparaît sous forme d'énergie :

b.1- cinétique.

b.2- potentielle.

c- préciser les transformations mutuelles d'énergie qui se produisent sur l'intervalle de temps



Corrigé :

1- D'après le graphe, à t=0 la vitesse du solide est nulle donc x est extrêmale (maximale ou minimale) ; de même pour $t \in [0;\frac{T_0}{4}]$ on a $v(t) > 0$ donc le solide se déplace dans le sens positif. donc à t=0s le solide part de la position d'abscisse $x(0)= - X_{max}$ en se dirigeant dans le sens positif.

2- $v(t)=V_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi_v)$; $V_{max}=0{,}75$ m.s^{-1} et $2T_0=0{,}32\pi$ s donc $T_0=0{,}16\pi$ s $\rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0{,}16\pi} = 12{,}5\,\text{rad.s}^{-1}$.

à t=0 s ; v(0)=0 et v(t) est croissante $\rightarrow V_{max}\sin(\varphi_v)=0$; $V_{max} \neq 0$ d'où $\sin(\varphi_v)= 0 \rightarrow \varphi_v=0$ ou $\varphi_v=\pi$ rad or à t=0 v(t) est croissante donc $(\frac{dv}{dt})_{t=0} > 0 \rightarrow \cos\varphi_v > 0$ d'où $\varphi_v = 0$ rad.

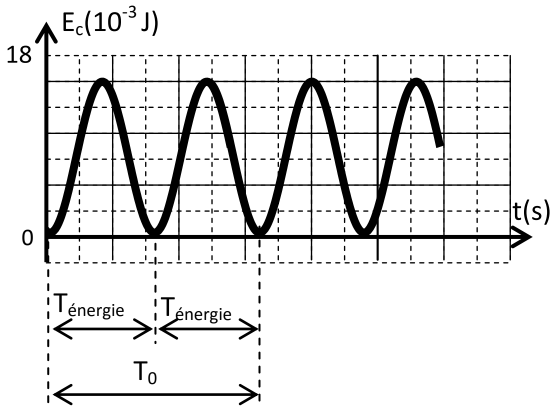
$$v(t)=0{,}75\sin(12{,}5t).$$

3-

a- D'après le graphe de la figure 3, $E_{cmax}=18.10^{-3}$ J or $E_{cmax} = \frac{1}{2}mV_{max}^2 \rightarrow m = \frac{2E_{cmax}}{V_{max}^2} = \frac{2.18.10^{-3}}{(0{,}75)^2} = 0{,}064$ Kg et

$\omega_0^2 = \frac{K}{m} \rightarrow K = m\omega_0^2 = 0{,}064.(12{,}5)^2 = 10\ \text{N.m}^{-1}$.

b- On a $T_{énergie} = \frac{T_0}{2} \rightarrow T_0 = 2T_{énergie}$



b.1 à $t = \frac{T_0}{4}$ et à $t = \frac{3T_0}{4}$

on a $E_c= Ec_{max}$ donc Ep= 0.

d'où E=Ec + Ep

$= Ec_{max} + 0$.

E apparaît sous forme d'énergie cinétique.

b.2 à t=0, $t = \frac{T_0}{2}$ et $t=T_0$ on a $E_c=0$ J donc $Ep= Ep_{max}$.

d'où E=Ec + Ep

$= 0 + Ep_{max}$.

E apparaît sous forme d'énergie potentielle.

c- À t=0 s, $E=E_{cmax}$ et à $t = \frac{T_0}{4}$, $E=Ep_{max}$.

- Sur l'intervalle $[0;\frac{T_0}{4}]$: il y'a transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle.
- Sur l'intervalle $[\frac{T_0}{4};\frac{T_0}{2}]$: il y'a transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique.

$\frac{T_0}{2}$ est la période de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle donc après $\frac{T_0}{2}$ le phénomène se répète identique à lui-même.


Pour avoir les autres exercices corrigés,
les cours en vidéo, les TP en vidéo
et des exercices corrigés en vidéo
abonne-toi à www.tunischool.com
Pour seulement 80 DT \ An \ Matière
Le payement est assuré:
→ Soit en ligne en utilisant une carte e-dinar ou une carte bancaire.
→ Soit par versement du montant dans l'une des agences de la banque BIAT au compte numéro (RIB) : 08 07 40 23 011 0000 710 64 puis envoyer une photo du reçu dans un message privé à la page Facebook: TuniSchool
https://www.facebook.com/TuniSchool