

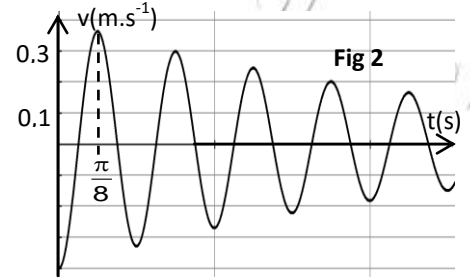
OSCILLATIONS MECANIQUES LIBRES AMORTIES

Exercice 1

Énoncé :

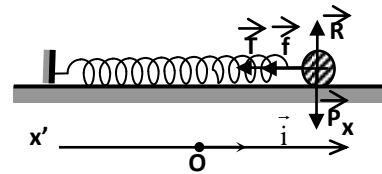
Le pendule élastique horizontal de la **figure -1-** est constitué par un solide (S) de masse  $m=0,2 \text{ Kg}$  soudé à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives de masse négligeable et de constante de raideur  $K=20 \text{ N.m}^{-1}$ , l'autre extrémité est attachée à un support fixe. A l'équilibre, le centre d'inertie (G) du solide (S) coïncide avec l'origine O d'un repère espace horizontal. L'oscillateur est soumis à des forces de frottement visqueux équivalents à une force unique  $\vec{f} = -h \cdot \vec{V}$  avec  $h=0,1 \text{ Kg.s}^{-1}$ .

- 1- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'élongation  $x$  de (G).
- 2- Montrer que l'énergie totale du système = {solide + ressort} diminue au cours du temps.
- 3- A l'aide d'un dispositif approprié, on a enregistré le diagramme d'espace de mouvement du solide, le résultat est donné par le graphe de la figure -2-



a- Quel est le nom du régime d'oscillations ?  
Sachant que la variation de l'énergie totale du système {solide+ ressort} est égal au travail de la force de frottement. Calculer ce travail entre les

instants  $t_1 = \frac{3\pi}{8} \text{ s}$  et  $t_2 = \frac{7\pi}{8} \text{ s}$ .



Corrigé :

Système = {solide }

B.F :  $\vec{P}; \vec{R}; \vec{T}$  et  $\vec{f}$

R.F.D :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$

Projection sur laxe  $x'x$ :

$$0 + 0 + T + f = ma$$

$$-Kx - hv = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = 0$$

1-

$E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$  pour voir comment varie E, on la dérive par rapport au temps.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}K2x \frac{dx}{dt} + \frac{1}{2}m2v \frac{dv}{dt} \text{ or } \frac{dx}{dt} = v \text{ et } \frac{dv}{dt} = a \text{ donc } \frac{dE}{dt} = Kxv + mva ; \frac{dE}{dt} = v(Kx + ma)$$

D'après l'équation différentielle  $Kx + ma = -hv$

$$\frac{dE}{dt} = v(-hv) = -hv^2 < 0 \text{ E diminue au cours du temps.}$$

2-

a- Le régime d'oscillations est pseudopériodique.

b-  $W(\vec{f}) = E(t_2) - E(t_1)$

❖ Pour  $t_1 = \frac{3\pi}{8}$  ; on a v est maximale ( $v = v_{\max} = 0,3 \text{ m.s}^{-1}$ ) donc  $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$  et d'après l'équation différentielle on a :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = 0 \rightarrow 0 + hV_{\max} + Kx = 0 \rightarrow x = -\frac{hV_{\max}}{K} = -\frac{0,1 \cdot 0,3}{20} = -0,0015 \text{ m.}$$

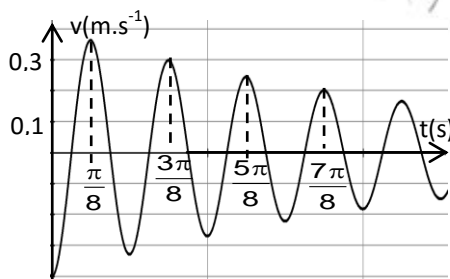
$$E(t_1) = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot (0,3)^2 + \frac{1}{2}20(0,0015)^2 = 9,02 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

❖ Pour  $t_2 = \frac{7\pi}{8}$  ; on a  $v$  est maximale ( $v = v_{\max} = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$ ) donc  $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$  et d'après l'équation différentielle on a :

$$0 + hV_{\max} + Kx = 0 \rightarrow x = -\frac{hV_{\max}}{K} = -\frac{0,1 \cdot 0,2}{20} = -0,001 \text{ m.}$$

$$E(t_2) = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot (0,2)^2 + \frac{1}{2}20(0,001)^2 = 4,01 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W(\vec{f}) = E(t_2) - E(t_1) = 4,01 \cdot 10^{-3} - 9,02 \cdot 10^{-3} = -5,01 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$



Pour avoir les **autres exercices corrigés**, les **cours en vidéo**, les **TP en vidéo** et des **exercices corrigés en vidéo** abonne-toi à [www.tunischool.com](http://www.tunischool.com)

Pour seulement **80 DT \ An \ Matière**

Le paiement est assuré:

- Soit en ligne en utilisant une carte e-dinar ou une carte bancaire.
- Soit par versement du montant dans l'une des agences de la banque BIAT au compte numéro (RIB) : 08 07 40 23 011 0000 710 64 puis envoyer une photo du reçu dans un message privé à la page Facebook: TuniSchool

<https://www.facebook.com/TuniSchool>